

漫谈布朗运动及其理论

刘先锋¹ 张瑜²

(1. 江苏省如东高级中学 江苏 如东 226400; 2. 江苏省平潮高级中学 江苏 南通 226361)

文章编号:1002-218X(2014)1-2-0092-03

中图分类号:G632.0

文献标识码:B

物理学史集中体现了人类探索和逐步认识物理世界的现象、特性、规律和本质的历程,是一部理论与实验交叉、失败与成功并存、逻辑与非逻辑思维并用、跌宕起伏、引人入胜的科学乐章。教学中渗透物理学史有助于学生理解科学的探究本质,了解物理学的基本观点和思想,培养科学人文精神。如何发挥好物理学史的价值功能,对作为传递人类科学文化知识和技能、进行思想品德教育、把受教育者培养成社会需要的人才的教师自身的学科教学知识也提出了挑战。作为分子热运动的重要实例,布朗运动(Brownian motion)在现行高中物理教材中进行了精准的内容介绍。若从一个初学者的角度考虑,笔者觉得这节内容的叙述能提供给学生的大致只有布朗运动是肉眼不可见的固体小颗粒的运动,它间接反映了分子在做无规则的热运动这样一个物理图象,学生很难体会到布

朗运动的发现意义、研究历史、研究思想及现代应用价值。因此,布朗运动的物理学史价值功能未得到有效发挥。带着这些疑问,笔者翻阅了布朗运动的相关文献资料并进行梳理,还原布朗运动的研究历史、重现研究理论、介绍其概念的应用,以期能对我们的教学提供帮助。

一、布朗运动的研究历史

1827年,英国植物学家布朗(R. Brown, 1773—1858)在研究植物授粉的过程中,无意间用显微镜观察到悬浮在水中的植物花粉的细小微粒在液体中不停地在做纷乱的无定向运动,这就是所谓的布朗运动(如图1所示)。起初为了探明细小微粒的无规则游动是否是有机体中存在的“生命活力”的一种显现,布朗取了一块从地下挖出的年代久远的石英岩,石英岩内含有一些水。这些水必然已贮存了数百万年以上,

并没有用到 G 的值,也没有在任何地方间接或直接出现过万有引力常数 G 。事实上从科学史的角度看,卡文迪许可以说并没有得到过 G 。在卡文迪许在世的时候,对牛顿重力方程的表述中仍没有 G 的存在,那时的天文学家更关心各个星体的密度,只要知道了地球的密度,那么其他星体的密度也都好算了。论文中 G 的第一次出现是在1873年,在卡文迪许发表论文的75年后在论文《Mutual determination of the constant of attraction and the mean density of the earth》中提到。而 G 正式进入人们的视野是在1894年英国皇家学会上,波义思(C. Vernon Boys)提出了重力场数 G 的表述后才为世人熟知。后人依据卡文迪许的实验结果整理出了 $G = \frac{3g}{4\pi R\rho}$,代入原始数据得出引力常量值是 $6.754 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$,跟现在的

标准测量值相差只有1%左右。卡文迪许实验离引力常数值 G 只有一步之遥,因为这个而让他与 G 的确定无缘实在是太可惜了,所以物理学家在情感上更认同卡文迪许测出了万有引力常数。

物理学史作为一种特殊知识的呈现,镶嵌在特定的社会发展的背景上,鲜活的事例往往折射出“小问题,大能量”“小故事,大智慧”。所以要引领学生关注史实细节,领略物理学发展历史上字里行间中所蕴涵的深邃的东西。

参考文献

- [1] 郭奕玲,沈慧君. 物理学史[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [2] 关洪. 科学名著赏析·物理卷[M]. 山西:山西科学技术出版社,2006.
- [3] 涂良成,等. 万有引力常数 G 的精确测量[J]. 中国科学(物理学·力学·天文学),2011(6).

在这样的水中布朗仍然看到了同样的运动。

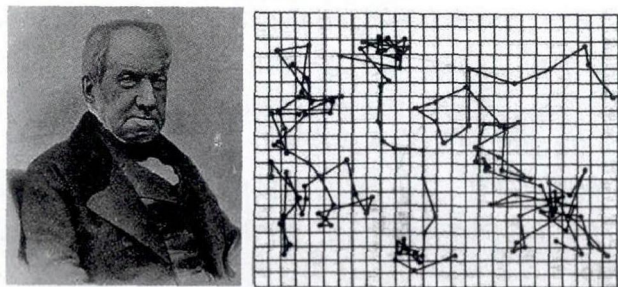


图1 英国植物学家布朗(R. Brown)与布朗运动图

布朗的发现是一个新奇的现象。它的原因是什么?一些早期的研究者尝试用连续体的概念(包括毛细现象、对流现象、蒸发现象、电力作用等)解释布朗运动,但均以失败告终。到了1870年,物理学家古伊(L. Gouy)以及拉姆齐(W. Ramsay)猜测也许可以用热的动力学来解释。但是当时对热力学的了解还不够深刻,故在数学理论上不足以让人信服,比如物理学家凡纳吉里(K. Van Nageli)就是有名的质疑者。此后,古伊在1888—1895年期间对布朗运动进行了大量的实验观察,不过目的并不是对布朗运动进行物理解释,而是将布朗运动作为探究分子运动性质的一个工具。他指出:“布朗运动表明,并不是分子的运动,而是从分子运动导出的一些结果能向我们提供直接的和可见的证据,说明对热本质假设的正确性。按照这样的观点,这一现象的研究承担了对分子物理学的重要作用。”古伊的文献产生过重要的影响,所以后来法国实验物理学家佩林(J. B. Perrin)把布朗运动正确解释的来源归功于古伊。

以上是布朗运动的前期主要研究历程,主要成果是寻找到了描述布朗运动的适当的物理模型,至于布朗运动的理论描述及实验检验则分别主要由爱因斯坦(A. Einstein)、佩林和斯维德伯格(T. Svedberg)在20世纪初出色地完成。1905年,爱因斯坦超越了对人对热力学的理解,依据分子运动论的原理成功地提出了布朗运动的理论解释,并且指出在布朗运动定量性的实验观察中,应该测量的是微小悬浮粒子做布朗运动时所对应的位移大小平方的平均值与时间的关系,而不是测量瞬时速度。爱因斯坦预测出一个1毫米大小的微粒在水中可以在1分钟运动约6毫米。这一定量的预测极为关键:它提供了验证爱因斯坦理论正确与否的方法。如果该理论被定量地证实,那么人们就很难再否认物质的分子图象的正确性。这一图象是整个运动理论的基础。之后许多人进行了实验尝试,但是这一实验非常困难,主要是由于很难在实验中确保液体具有恒定和均匀的温度。直到1908

年,佩林成功进行了验证爱因斯坦理论和测定阿伏伽德罗常数的实验研究。与佩林差不多同时,斯维德伯格用超显微镜观测金溶胶的布朗运动,在测定阿伏伽德罗常数和验证爱因斯坦理论上也做出了出色的工作。在1926年,佩林和斯维德伯格主要因爱因斯坦的理论实验验证工作分别获得了诺贝尔物理学奖和化学奖。爱因斯坦的理论在物理学研究领域具有特殊的承前启后的贡献。因为布朗运动的实验现象,无法用任何连续体的物理理论解释,唯有从原子论的观点出发,才能得到彻底的澄清。爱因斯坦等人的工作,把原来看不见的微观运动和可以看见的宏观运动联系了起来,为研究物理现象提供了一个重要的科学方法,澄清了当时科学界关于原子、分子真实性的争论。此外,爱因斯坦也是第一位引进数学的随机过程理论,成功解释了物理现象,这奠定了非平衡统计热力学的发展基础,启发了许多物理学家投入涨落(fluctuation)现象的研究。

二、爱因斯坦的布朗运动理论

爱因斯坦对布朗运动的理论分析思路是:首先,假定液体中的悬浮小颗粒的扩散过程是由粒子在流体中的渗透压的分布和粒子相对漂移律这两种机制决定,由此推导出扩散系数与温度及粘滞系数的关系式。接着,引进数学中的随机过程理论,描述悬浮小颗粒所做的不规则运动,推出其平均量与扩散系数之间的关系。

如图2所示,假设一个圆柱体的容器,其中心轴

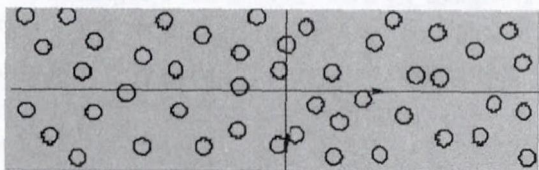


图2 悬浮颗粒受渗透压的合力

沿 x 方向,悬浮颗粒分布不均匀,以 ρ 表示悬浮颗粒的数目密度, ρ 为 x 的函数。根据理想气体的状态方程 $p = \rho k_B T$ (p 为渗透压, k_B 为波尔兹曼常量, T 为温度)求得在 x_0 处的渗透压的合力为

$$-\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_0} = -k_B T \left(\frac{d\rho}{dx} \right)_{x_0}$$

上式中的负号表示方向。根据流体力学的斯多克定律(Stokes' Law),液体施加于单个悬浮颗粒的粘滞力为 $6\pi\eta a v_r$,式中 η 代表液体的粘滞系数, a 代表悬浮颗粒的半径, v_r 代表悬浮颗粒沿着 x 方向相对于液体的运动速度。由于颗粒处于动态平衡,这两种力平衡,故有

$$-k_B T \left(\frac{d\rho}{dx} \right)_{x_0} = 6\pi\eta a v_r$$

由此便得到悬浮颗粒的数密度 $\rho(x)$ 随时间的演变情况。因为 ρv_x 表示单位时间里通过 x 位置的单位截面积的悬浮颗粒的数目(称为粒子流密度)。根据连续方程,粒子数目随着时间的变化率 $\frac{d\rho}{dt}$ 等于粒子流密

度在 x 位置流出的差值率 $-\frac{d}{dx}(\rho v_x)$, 因此

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{d}{dx}(\rho v_x) = \frac{k_B T}{6\pi\eta a} \frac{d^2\rho}{dx^2}$$

这就是著名的扩散方程, $D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a}$ 称为扩散系数, 也称为爱因斯坦关系式, 该关系式与物理现象经验符合得很好。比如, 如果温度越高, 扩散速度越快, 所以扩散系数就越大; 如果液体的粘滞系数越大, 则扩散速度越慢, 所以扩散系数就越小。在极短的时间里, 因受到液体粘滞阻力的作用, 悬浮小颗粒几乎完全丧失了原有的初速度, 但由于热扰动, 造成了粒子间的碰撞或与环境液体分子的碰撞, 从而小颗粒又获得了新的动量来源。由于动量主要来自热扰动, 因此动量的方向和大小便呈现无规律并且与初速度无关。基于上述理解, 爱因斯坦引进了数学中的几率及随机过程的概念, 由此推算出了扩散方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

其中 $D = \frac{1}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta^2 p(\Delta) d\Delta$, 上面式子中 $f(x, t)$ 为悬浮小颗粒在位置 x 、时间 t 时所对应的数目密度, τ 代表极短的时间, Δ 代表位移, $p(\Delta)$ 为几率密度。如果以 N 代表悬浮颗粒的总数目, 并假设悬浮颗粒的初始位置在 $x=0$ 处, 则扩散方程的解为

$$f(x, t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

由此可得悬浮颗粒位移平方的平均值 $\langle x^2 \rangle = 2Dt$, 推广到三维空间, 则位移平方的平均值 $\langle r^2 \rangle = 6Dt$ 。结合实际情况, 在温度 $T=17^\circ\text{C}$ 时水的粘滞系数 $\eta = 1.35 \times 10^{-2}$, 悬浮颗粒半径 $a = 10^{-6}\text{m}$, 若观察时间 $t = 1\text{s}$, 则对应的位移的方均根值 $\langle x^2 \rangle = 8 \times 10^{-7}\text{m}$, 这达到了一般的显微镜可观测的尺度。在 1908 年佩林的实验充分肯定了爱因斯坦的这些预测。

自爱因斯坦成功提出布朗运动理论解释后, 许多科学家受到启发纷纷尝试对布朗运动提出更精准的解释, 其中以著名的法国物理学家、数学家郎之万(P. Langevin)的贡献最为重要。在 1908 年, 郎之万的论文《On the Theory of Brownian Motion》从 Stokes 定律出发, 经过严谨的数学推导, 写出了著名的描述统

计无规运动的“朗之万方程”, 利用现在广泛使用的“平均”与“起伏”的概念, 直接计算了布朗粒子对初始位置的均方根偏离, 得到了爱因斯坦理论同样的结果。尽管郎之万用的是不同的方法得到了和爱因斯坦相同的结论, 但得到的结果比起爱因斯坦的理论, 在物理上更直观、更简洁。所以朗之万方程及其发展的方法在物理学甚至其他科学的很多领域都有广泛的应用。

三、布朗运动理论的延伸应用

布朗运动代表了一种随机涨落现象, 在爱因斯坦之后有许多科学家把布朗运动的概念进行推广, 在许多领域诸如生物学、经济学、交换理论、量子力学、管理科学、数理统计等都有广泛应用。例如, 在布朗运动概念的应用上, 其中一个最为著名的生物应用就是描述生物族群的扩散现象; 将布朗运动与股票价格行为联系在一起, 进而建立起维纳过程的数学模型在经济学中是一项具有重要意义的金融创新; 布朗运动概念还可用于研究测量仪器的精度限度, 研究对高倍放大电信电路中的背景噪声; 中国计划生育的理论基础——宋健的人口发展方程也是基于布朗运动理论发展出来的分析方法。布朗运动理论模型在不同领域中的广泛应用价值, 与其自身理论价值相较, 前者更具有重要的意义。布朗运动理论已经成为交叉学科的优秀典范之一。

四、结语

布朗运动作为奠定原子论的基石之一, 其研究历史及过程处处闪耀着科学思想和科学精神的光芒。物理学科本身应当承载学生科学素养培养的重要任务。在教学过程中, 对于一个个类如“布朗运动”的物理问题, 应当将学科知识与科学思想巧妙地呈现, 将理论与生活、生产和科技互相联系, 让学生在引人入胜的物理故事中对物理学习充满兴趣、对科学家不再感到陌生遥远, 内心建立起“我也能想到, 我也可以成为科学家”的信心与抱负。

参考文献

- [1] 胡杨洋, 陈清梅, 邢红军. 物理教材引入科学史的新观点[J]. 课程·教材·教法. 2012(12): 31~36.
- [2] 吴加澎. 中学物理教师的学科教学知识[J]. 物理教学, 2012(12): 5~10.
- [3] A. Einstein, Investigations on the Theory of the Brownian Motion[M], Dover, New York, 1956.
- [4] Stachel John, Editor and David C. Cassidy, Reviewer, Einstein's miraculous year: five papers that changed the face of physics[J]. American Journal of Physics, May 1999, 67(5): 456.